『離散構造』5 章 (グラフと木) の演習問題

出題: 2015 年 12 月 4 日

期限: 2015 年 12 月 11 日の授業

問題 1 (無向グラフ)
　無向グラフ G_1 を以下のように定める。

- 頂点の集合 $V = \{1, \ldots, 13\}$,
- 頂点 $x \in V$ と $y \in V$ の間に辺があることの必要十分条件は

$$y = 3x \lor y = 3x + 1 \lor y = 3x + 2 \lor x = 3y \lor x = 3y + 1 \lor x = 3y + 2$$

(a) 頂点 2 と 4 の次数をそれぞれ求めよ。

(b) 頂点 5 から 10 への道の中で最短のものを求め、その長さを答えよ。

(c) グラフ G_1 のサイズ（辺の本数）と位数（頂点の数）を求めよ。

(d) グラフ G_1 の頂点 4 を通る単純道（同じ辺を通らない道）のうち最長のものを（複数ある場合はすべて）求めよ。

(e) グラフ G_1 の連結成分の個数を求めよ。

問題 2 (有向グラフ)
　有向グラフ G_2 を以下のように定める。

- 頂点の集合 $V = \{1, 2, 3, 4, 5\} \times \{1, 2, 3, 4\}$,
- 辺の集合 $E = \{\langle\langle x_1, y_1\rangle, \langle x_2, y_2\rangle\rangle \in V \times V \mid (x_2 - x_1 = 1 \land y_1 = y_2) \lor (x_1 = x_2 \land y_2 - y_1 = 1)\}$.

(a) 頂点 $\langle 3, 2\rangle$ と $\langle 5, 3\rangle$ の出次数と入次数をそれぞれ求めよ。

(b) 頂点 $\langle 1, 1\rangle$ から $\langle 4, 3\rangle$ への単純道の個数を求めよ。

(c) グラフ G_2 において最長の単純道の長さを求めよ。

(d) 頂点 $\langle 3, 3\rangle$ を通る最長の単純道の個数を求めよ。

問題 3 (木に関する推論)

(a) 辺が 5 本ある木で異なるもの（同型でないもの）がいくつあるか答えよ。