離散構造 期末試験 (1,2 クラス用) 解答例

2009 年 3 月 6 日 (金)

1 問題と解答例と若干の解説

問 1 (論理)

以下の各問において，四角 (□) の中に適当な論理記号をいれて，2 つの命題が同値になるようにしなさい．(四角にいれる論理記号を明記した上で，2 つの命題の真理値表を書いて，同値になることを示しなさい．)

(1-a: 配点 5 点) $\neg(A \wedge B)$ と $(\neg A) \square (\neg B)$ が同値.

(1-b: 配点 5 点) $A \square (B \Rightarrow C)$ と $(A \wedge B) \Rightarrow C$ が同値.

(1-c: 配点 5 点) $(A \vee B) \Rightarrow C$ と $(A \Rightarrow C) \square (B \Rightarrow C)$ が同値.

解説: 四角にいれるものは論理記号なので、$\wedge$, $\vee$, $\Rightarrow$, $\equiv$ ぐらいしかない。($\neg$ も論理記号だが、2 つの論理式を結合するものではないので除外する。) これらの中から、多少の試行錯誤で、適切な論理記号を探せばよい。もちろん、ド・モルガンの法則 (問題 1-a) などの知識があれば、答えがすぐに答わかったかもれしれないが、その場合でも、真理値表を書いて、きちんと確認することが大事である。

(1-a): $\vee$ をいれるとよい。

A	B	$A \wedge B$	$\neg(A \wedge B)$	$\neg A$	$\neg B$	$(\neg A) \vee (\neg B)$
T	T	T	F	F	F	F
T	F	F	T	F	T	T
F	T	F	T	T	F	T
F	F	F	T	T	T	T

(1-b): $\Rightarrow$ をいれるとよい。

A	B	C	$B \Rightarrow C$	$A \Rightarrow (B \Rightarrow C)$	$A \wedge B$	$(A \wedge B) \Rightarrow C$
T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	F	F	T	F
T	F	T	T	T	F	T
T	F	F	T	T	F	T
F	T	T	T	T	F	T
F	T	F	F	T	F	T
F	F	T	T	T	F	T
F	F	F	T	T	F	T

(1-c): $\wedge$ をいれるとよい。

A	B	C	$A \vee B$	$(A \vee B) \Rightarrow C$	$A \Rightarrow C$	$B \Rightarrow C$	$(A \Rightarrow C) \wedge (B \Rightarrow C)$
T	T	T	T	T	T	T	T
T	T	F	T	F	F	F	F
T	F	T	T	T	T	T	T
T	F	F	T	F	F	T	F
F	T	T	T	T	T	T	T
F	T	F	T	F	T	F	F
F	F	T	F	T	T	T	T
F	F	F	F	T	T	T	T

採点後の感想: この問題は命題論理としては基本的なものであり、半分以上の人がきちんと正解していた。

主な不正解は、1-b, 1-c の答えとして、それぞれ $\wedge$, $\vee$ としたものである。このように思ってしまうことはあるだろうが、真理値表を書いてチェックすれば、これらでは同値にならないことはわかるはずである。残念なのは、真理値表がきちんと書けない人 (1-b の答えは $\wedge$ と思いこんでしまい、真理値表もそれに合わせて間違ったものを書いてしまった人) が結構いたことである。また、A, B, C の 3 つの基本命題を含む命題の真理値表が 4 行しかない、ということはあり得ないので、(3 つの基本命題がそれぞれ「T」「F」の値のいずれかを取るパターンは 8 つある)、そういった真理値表を書いてしまった人は是非復習してほしい。

問 2 (集合)

$\mathcal{N}$ を自然数の集合 (0 を含む) とする。$x \in \mathcal{N}$ に対して、集合 A_x を以下のように定義する。

$$A_x = \{n \in \mathcal{N} \mid n \text{ は } x \text{ の約数 (n is a divisor of x.)}\}$$

(2-a: 配点 5 点) 集合 A_6 を具体的に求めよ。

解答: A_6 は 6 の約数 (ただし 0 以上) を全て集めてできる集合だから、$A_6 = \{1, 2, 3, 6\}$.

採点後の解説: これは点取り問題であり、実際、ほとんどの人ができていた。中には、$\{0, 1, 2, 3, 6\}$ を答えとした人が (2-3 人であるが) いた。0 は何倍しても 6 にならないので、6 の約数ではない。ただ、この事実は、「離散数学」の主題ではないので、減点は 1 点だけにした。

(2-b: 配点 5 点) 集合 $A_{12} - (A_2 \cup A_6)$ を具体的に求めよ。

解答: $A_{12} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$ と $A_2 = \{1, 2\}$ を使って計算する。$A_{12} - (A_2 \cup A_6) = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} - \{1, 2, 3, 6\} = \{4, 12\}$ となる。

採点後の解説: これも点取り問題であり、集合の $-$ や $\cup$ がわかっていれば問題ない。

(2-c: 配点 5 点) 任意の $x, y \in \mathcal{N}$ に対して、x が y の約数であれば、$A_x \subset A_y$ であることを示しなさい。

解答: 任意の $z \in A_x$ に対して、$z \in A_y$ が言えればよい。$z \in A_x$ と仮定すると、z は x の約数である。x が y の約数なので、z は y の約数でもある。よって $z \in A_y$ であり、結局、$A_x \subset A_y$ が言えた。

採点後の解説: 上記の解答はきちんと書いたが、ここではそのレベルまでを要求しているのではなく (論理の章の問題ではないので)、集合の包含関係として、「A_x の要素がみな A_y の要素になっている」という趣旨を (少しでも) 記述していた答案は OK とした。

(2-d: 配点 5 点) $A_x \cup A_y = A_{xy} - \{xy\}$ が成立する x, y の例を 1 組示しなさい。

解答: たとえば $x = 2$, $y = 3$ とすると、$A_x \cup A_y = \{1, 2\} \cup \{1, 3\} = \{1, 2, 3\}$ であり、$A_{xy} - \{xy\} = \{1, 2, 3, 6\} - \{6\} = \{1, 2, 3\}$ となって成立する。(正解となる組み合わせは、他にも $x = 2$,$y = 4$ など無数にある。)

採点後の解説: これもよくできていた。一部に $x = 0$,$y = 0$ など、勘違いと思われる解答もあった。

問 3 (関数)

$A = \{x \in \mathcal{N} \mid 0 < x < 7\}$ とする。$i \in A$ に対して、部分関数 $f; A \to A$ と関数 $g_i : A \to A$ を次のように定義する.

$$f(x) = (2^x) \bmod 7$$
$$g_i(x) = (x^i) \bmod 7$$

ただし mod は整数を割った余りを求める演算である。

(3-a: 配点 5 点) f が A から A への関数であることを示しなさい。

解答: f が A から A への関数であるためには、A の各要素 a に対して、$f(a) \in A$ を言えばよい。実際、$a = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ に対して、$f(a) = 2, 4, 1, 2, 4, 1$ であるので、たしかに $f(a) \in A$ である。

採点後の解説: よくできていた。上記の「解答」では、全ての値を計算したが、もっとエレガントに「$f(x)$ の値が 1 以上 6 以下の自然数になる」ことを論証した人もいて、それでももちろん正解である。

(3-b: 配点 3 点) f による集合 A の像 (image) である $f(A)$ を求めよ。

解答: $f(A) = \{f(x) \mid x \in A\}$ であり、前問で見たように、$x \in A$ を動かすと、$f(x)$ の値が $2, 4, 1, 2, 4, 1$ とかわっていくので、$f(A) = \{1, 2, 4\}$ である。

採点後の解説: これは、3-a ができていれば全員できるだろうと思ったのだが、若干、ケアレスミスが目立った。

(3-c: 配点 5 点) $((g_3 \circ f) \circ g_5)(4)$ の値を計算せよ。

解答: 単純に計算すればよい。

$$((g_3 \circ f) \circ g_5)(4) = (g_3 \circ f)(g_5(4)) = (g_3 \circ f)(4^5 \texttt{ mod } 7) = (g_3 \circ f)(2)$$

となり、続いて $f(2) = 4$ となり、最後に、$g_3(4) = 4^3 \texttt{ mod } 1$ となり、答えは 1 である。

採点後の解説: 合成関数の定義で、$(f \circ g)(x)$ は $f(g(x))$ のことであることさえわかれば、あとは計算するだけである。実際に 4^5 などを計算すると大きな値になるが、7 で割った余りの世界での計算なので、それほど大変ではなかったであろう。

(3-d: 配点 7 点) $i \in A$ とするとき、g_i に逆関数 (inverse function) が存在する i の値を全て求めよ。

解答: g_i に逆関数がある必要十分条件は、g_i が全単射であることである。

$i = 2, 3, 4, 6$ のとき、それぞれ、$g_2(2) = g_2(5)$, $g_3(2) = g_3(4)$, $g_4(2) = g_4(5)$, $g_6(1) = g_6(2)$ となるので、これらの g_i は単射ではない。

$i = 1$ のときは、$g_1(x) = x$ となるので、g_1 は明らかに全単射である。

$i = 5$ のときは、$x = 1, 2, 3, 4, 5, 6$ に対して、$g_5(x) = 1, 4, 5, 2, 3, 6$ という値を取るので、確かに全単射である。(ちなみに、g_5 の逆関数は g_5 自身である。)

以上から、$i = 1, 5$ となる。

採点後の解説: これは、できが悪かった。逆関数をもつためには、全単射であるかどうかをチェックすればよいのだが、それがわかっていない人が結構いた (残念!) のとともに、計算ミスのために g_5 も全単射であることを見落とした人が非常に多かった。(ところで、g_1 は恒等写像なので、それしか全単射でなければ、つまらない問題になってしまう。そんなものを私が期末試験に出すだろうか?という人間の心理を読んでほしかった。:-))

問 4 (関係とグラフ)

頂点の集合 $V = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ と、次の表で定義される辺の集合をもつ有向グラフ G を考える。

x \ y	1	2	3	4	5
1	a	◯	b	×	×
2	c	◯	◯	×	×
3	×	×	◯	×	×
4	×	×	×	◯	×
5	◯	◯	◯	×	◯

頂点 i から頂点 j への辺があるとき $x = i$,$y = j$ の欄が◯であり，辺がないとき×である．

(4-a: 配点 5 点) $a = \times, b = \times, c = \times$ のとき、有向グラフ G を図示せよ。

解答: 図 1 の通りである。

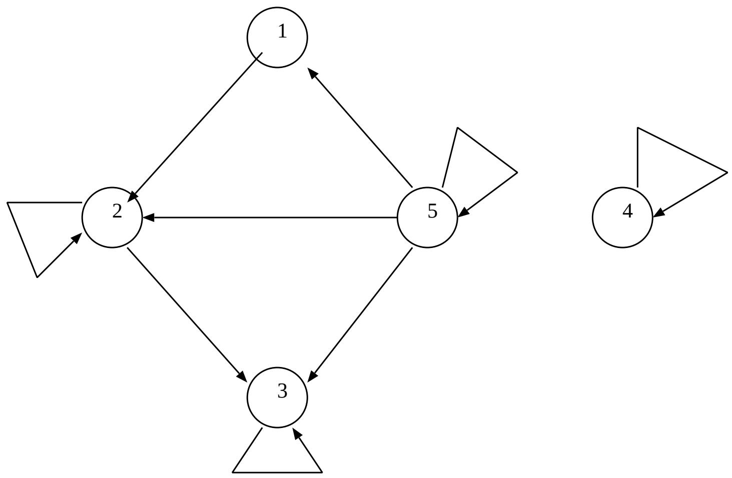

図 1: 4-a の解答

採点後の解説: これは、よくできていた。

(4-b: 配点 5 点) $a = \times, b = \times, c = \times$ のとき、頂点 1 を始点とする単純道のうち、最も長いもの (1 つ) を示しなさい。

解答: グラフから明らかに、$1 - 2 - 2 - 3 - 3$ という単純道 (あるいは、$\langle 1, 2, 2, 3, 3 \rangle$ という単純道) が、最長である。

採点後の解説: これもよくできていたが、「単純道」という言葉を誤解したのか、$\langle 1, 2, 3 \rangle$ という誤答が少しあった。

(4-c: 配点 5 点) V 上の二項関係 R を、$(x\ R\ y) \Leftrightarrow$ (G において x から y への辺がある) と定義する。R が反射律を満たす (reflexive) ためには、上記の表の a, b, c がどのような条件を満たせばよいか。

解答: 反射律を見たすためには、すべての $x \in V$ に対して、xRx が成立しなければならない。このグラフ G は、$x = 2, 3, 4, 5$ のとき x から x への辺がある。残る $x = 1$ のとき辺があることは、a が○であることと同値である。すなわち、a が○であることが、R が反射律を満たす必要十分条件である。

採点後の解説: これは、反射律を理解しているかどうかの問題のつもりだったが、それ以外に、数学的な推論方法も試す問題になった。というのは、正答に到達した人の中にも、「なぜ、a が○であれば反射律を満たすのか」の説明がまったく書かれていなかったり、あやしい説明のものがあって、その場合は、2 点ほど減点せざるを得なかった。

(4-d: 配点 5 点) 前問の R が順序 (order) であるためには、表の a, b, c がどのような条件を満たせばよいか。

解答: 順序であるためには、反射律、推移律、反対称律を満たさなければならない。反射律は、前問の通り「a が○である」ことが必要十分条件である。

推移律を満たすことは、あらゆる $x, y, z \in V$ に対して、「x から y へ辺があり、y から z へ辺があるならば、x から z への (直接の) 辺がある」ことと同値である。これは、全ての組み合わせを調べることによって、「b が○」と同値であることがわかる。

反対称律を満たすためには、あらゆる $x, y \in V$ に対して、「x から y へ辺があり、y から x へ辺があるならば、$x = y$ である」ことと同値である。すなわち、「x から y へ辺があり、y から x へ辺があって、$x \neq y$ である」ということがなければよい。これは、このグラフでは「c が×である」ことに対応する。

以上をまとめると R が順序であるのは、a,b が○、c が×であることと同値である。

採点後の解説: こちらは、チェックすべき項目が多く、なかなか難しい問題だろうと思っていて、実際、きちんとした正答を出している人はあまり多くなかった。なお、採点にあたっては、上記のように長々と書かなくても、それぞれの理由をそれなりに書いてあれば OK とした。

(4-e: 配点 5 点) R を (4-c) と同様とする。$a = \times$, $b = \times$, $c = \bigcirc$ の時、合成関係 $R \circ R$ に対応するグラフを図示せよ。

解答: グラフを描く前に、$R \circ R$ を計算する。合成関係の定義より $x(R \circ R)z$ は $\exists y \in V.(xRy) \wedge (yRz)$ と同値である。そこで、これを満たす x, z をすべて列挙する。

例として、$x = 1$ の場合を考えると xRy となるのは、$y = 2$ の場合だけである ($a = \times$, $b = \times$ なので)。次に yRz となる z を探すと、$z = 1, 2, 3$ の 3 通りがある ($c = \bigcirc$ なので)。以上より、$x = 1$ のときは $z = 1, 2, 3$ のときに xRz が成立する。同様の計算を、$x = 1, 2, 3, 4, 5$ について全てやると、以下の結果を得る。

$$(R \circ R) = \{\langle 1,1\rangle, \langle 1,2\rangle, \langle 1,3\rangle, \langle 2,1\rangle, \langle 2,2\rangle, \langle 2,3\rangle, \langle 3,3\rangle, \langle 4,4\rangle, \langle 5,1\rangle, \langle 5,2\rangle, \langle 5,3\rangle, \langle 5,5\rangle\}$$

これをグラフとして表示すると、図 2 となる。

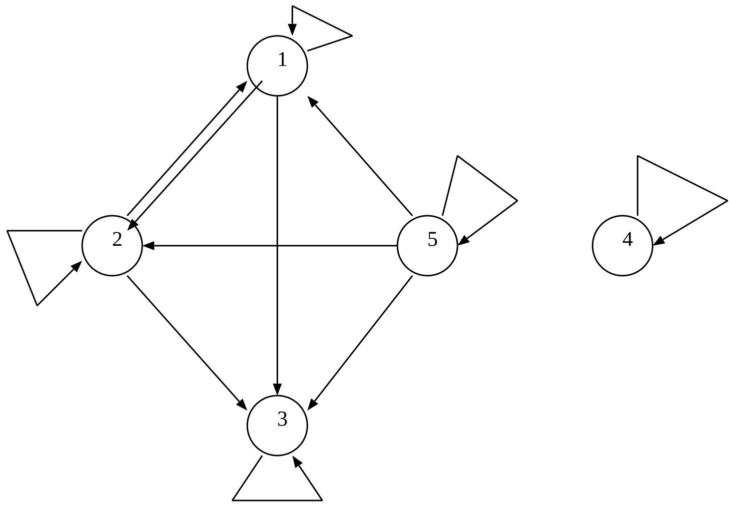

図 2: 4-e の解答

採点後の解説: 解答では非常に長く書いたが、グラフだけちゃんと書いてあればそれでよい。この問題は、実は採点が非常に大変であり、グラフの描き方は人により千差万別なので、苦労した。ただ、私の側に見落としがあって「間違っているのに正解とする」ことはあっても「正解なのに不正解とする」ことはないように採点した。(当たり前ですが。。。)

辺が 1 本ぐらい足りない不正解は、ちょっとした不注意と考えて 1,2 点の減点に留め、辺が 3-4 本以上足りない場合は、「合成関係がわかっていない」と見て 0 点とした。

問 5 (帰納)

(5-a: 配点 6 点) 「自然数が小さい順に並んでいるリスト」の集合 `OL` を帰納的に定義せよ。

解答: 「小さい順に並ぶ」ことをどう表現するかであるが、ここで、「既に小さい順に並んでいるリスト」に 1 つ要素を追加する際には、そのリストの先頭要素との大小比較だけをすればよいことに気付くのがポイントである。

いろいろな定義方法があり得る。

まず、一応の答を述べる (実はやや不完全な答え)。

- $\langle\rangle \in \mathtt{OL}$.
- $(n \in \mathcal{N} \land L \in \mathtt{OL} \land n \le \mathrm{head}(L)) \Rightarrow \mathrm{cons}(n, L) \in \mathtt{OL}$.

ここでは、リストの先頭を取る head を使った。

今回の問題はこれでよいことにしたが、実際には、head は (関数ではなく) 部分関数なので、head($\langle\rangle$) は定義されず (値が決まらず)、ちょっと具合いがわるい。実際、上記の定義では、$\langle 1\rangle \in \mathtt{OL}$ ということが導けない。というわけで、「長さ 1 のリストを作る」ところまで、定義にいれて以下のようにするのが (本当の) 正解である。

- $\langle\rangle \in \mathtt{OL}$.
- $n \in \mathcal{N} \Rightarrow \mathrm{cons}(n, \langle\rangle) \in \mathtt{OL}$.
- $(n \in \mathcal{N} \land L \in \mathtt{OL} \land L \neq \langle\rangle \land n \le \mathrm{head}(L)) \Rightarrow \mathrm{cons}(n, L) \in \mathtt{OL}$.

ここで、定義節の 3 番目のものでは、$L \neq \langle\rangle$ という条件をつけていることに注意されたい。

もう 1 つの定義方法は、上記の定義を少し工夫したものである。

- $\langle\rangle \in \mathtt{OL}$.
- $n \in \mathcal{N} \Rightarrow \mathrm{cons}(n, \langle\rangle) \in \mathtt{OL}$.
- $(n \in \mathcal{N} \land \mathrm{cons}(m, L) \in \mathtt{OL} \land n \le m) \Rightarrow \mathrm{cons}(n, \mathrm{cons}(m, L)) \in \mathtt{OL}$.

こちらは、head を使わないので、よりスマートであり、これでももちろん正解である。

採点後の解説: この問題は、結構難しかったようで、厳密な意味での正解はほとんどなかった。(定義節のどれかが落ちているものが多かった。) しかし、この授業は、「データ構造」を定義する授業ではないので、ここでは、「帰納的定義」がわかっていて、おおよそできているものは、細かいことを言わずに正解にした。(それでも正答率は 30%ぐらいであろうか。)

次に、関数 $f : List_{\mathcal{N}} \to \mathcal{N}$ を次のように定義する。

$$f(L) = \begin{cases} 0 & \text{if } \; L = \langle\rangle \\ 1 + f(L') & \text{if } \; L = \mathrm{cons}(x, L') \land (x \text{ が偶数 } (\textit{even number})) \\ f(L') & \text{if } \; L = \mathrm{cons}(x, L') \land (x \text{ が奇数 } (\textit{odd number})) \end{cases}$$

(5-b: 配点 3 点) $f(\mathrm{cons}(1, \mathrm{cons}(2, \mathrm{cons}(3, \langle\rangle))))$ を f の定義に従って計算しなさい.

解答: 計算は以下の通り。

$$\begin{aligned} f(\mathrm{cons}(1, \mathrm{cons}(2, \mathrm{cons}(3, \langle\rangle)))) &= f(\mathrm{cons}(2, \mathrm{cons}(3, \langle\rangle))) \\ &= 1 + f(\mathrm{cons}(3, \langle\rangle)) \\ &= 1 + f(\langle\rangle) \\ &= 1 \end{aligned}$$

(5-c: 配点 3 点) $L_1 = \mathrm{cons}(1, \mathrm{cons}(2, \langle\rangle))$, $L_2 = \mathrm{cons}(3, \mathrm{cons}(4, \langle\rangle))$ のとき $f(L_1 \oplus L_2)$ の値を計算しなさい。

解答: 計算は以下の通り。(計算過程がおおよそわかればよく、答案にここまで詳細に書く必要はない。)

$$\begin{aligned} \mathrm{cons}(1, \mathrm{cons}(2, \langle\rangle)) \oplus \mathrm{cons}(3, \mathrm{cons}(4, \langle\rangle)) &= \mathrm{cons}(1, (\mathrm{cons}(2, \langle\rangle) \oplus \mathrm{cons}(3, \mathrm{cons}(4, \langle\rangle)))) \\ &= \mathrm{cons}(1, \mathrm{cons}(2, (\langle\rangle \oplus \mathrm{cons}(3, \mathrm{cons}(4, \langle\rangle))))) \\ &= \mathrm{cons}(1, \mathrm{cons}(2, \mathrm{cons}(3, \mathrm{cons}(4, \langle\rangle)))) \end{aligned}$$

であり、

$$
\begin{aligned}
f(\mathrm{cons}(1,\mathrm{cons}(2,\mathrm{cons}(3,\mathrm{cons}(4,\langle\rangle))))) &= f(\mathrm{cons}(2,\mathrm{cons}(3,\mathrm{cons}(4,\langle\rangle))))\\
&= 1+f(\mathrm{cons}(3,\mathrm{cons}(4,\langle\rangle)))\\
&= 1+f(\mathrm{cons}(4,\langle\rangle))\\
&= 1+1+f(\langle\rangle)\\
&= 1+1+0\\
&= 2
\end{aligned}
$$

となり、答えは 2 である。

(5-d: 配点 8 点) 任意の $L_1, L_2 \in List_{\mathcal{N}}$ に対して、$f(L_1 \oplus L_2) = f(L_1) + f(L_2)$ を証明しなさい。ただし、L_1 に関する (リストの) 帰納法を用いなさい。

解答: $f(L_1 \oplus L_2) = f(L_1) + f(L_2)$ を L_1 に関する帰納法で証明する。
(base case: $L_1 = \langle\rangle$ のとき)

$$
\begin{aligned}
\text{左辺}: &\quad f(L_1 \oplus L_2) = f(\langle\rangle \oplus L_2) = f(L_2)\\
\text{右辺}: &\quad f(L_1) + f(L_2) = f(\langle\rangle) + f(L_2) = 0 + f(L_2) = f(L_2)
\end{aligned}
$$

となり、左右両辺は等しい。

(induction step: $L_1 = \mathrm{cons}(x, L')$ のとき) この場合は、$f(L' \oplus L_2) = f(L') + f(L_2)$ が成立と仮定して、$f(L_1 \oplus L_2) = f(L_1) + f(L_2)$ を証明する。(最初の式を「帰納法の仮定 (Indunction Hypothesis, 略して I.H.)」と呼ぶ。)

ここで、x が偶数か奇数かで更に場合分けする。

(case-1: x が偶数のとき)

$$
\begin{aligned}
\text{左辺}: \quad f(L_1 \oplus L_2) &= f(\mathrm{cons}(x, L') \oplus L_2)\\
&= f(\mathrm{cons}(x, (L' \oplus L_2)))\\
&= 1 + f(L' \oplus L_2)
\end{aligned}
$$

となり、ここで帰納法の仮定を使うと、左辺は $1 + (f(L') + f(L_2))$ と等しい。

$$
\begin{aligned}
\text{右辺}: \quad f(L_1) + f(L_2) &= f(\mathrm{cons}(x, L')) + f(L_2)\\
&= (1 + f(L')) + f(L_2)
\end{aligned}
$$

ところで、$+$ は自然数の足し算だから、$1 + (f(L') + f(L_2)) = (1 + f(L')) + f(L_2)$ であり、両辺が等しいことが言えた。

(case-2: x が奇数のとき) この場合も上記とほとんど同じであるが、念のため、丁寧に書く。

$$
\begin{aligned}
\text{左辺}: \quad f(L_1 \oplus L_2) &= f(\mathrm{cons}(x, L') \oplus L_2)\\
&= f(\mathrm{cons}(x, (L' \oplus L_2)))\\
&= f(L' \oplus L_2)
\end{aligned}
$$

となり、ここで帰納法の仮定を使うと、左辺は $f(L') + f(L_2)$ と等しい。

$$
\begin{aligned}
\text{右辺}: \quad f(L_1) + f(L_2) &= f(\mathrm{cons}(x, L')) + f(L_2)\\
&= f(L') + f(L_2)
\end{aligned}
$$

よって、両辺が等しいことが言えた。

以上により、induction step の証明は終わりである。

base case と induction step の証明ができたことにより、リストに関する帰納法を使って、$f(L_1 \oplus L_2) = f(L_1) + f(L_2)$ が、任意の $L_1, L_2 \in List_N$ に対して成立することが証明できた。(証明おわり)

採点後の解説: 高校までの学習では、帰納法といえば数学的帰納法 (自然数に対する帰納法) だけであった。そのため、リストに関する帰納法は、慣れていないと非常に難しく思えるかもしれないが、数回練習すると、数学的帰納法とほとんど同じ仕組みで動いていることがわかるであろう。

今回は、授業中に口をすっぱくして「リストに関する帰納法を試験で出題する」といってきており、演習をつんできてくれたせいか、結構、できはよかった。そうはいっても、正解といえるのは 20%程度である。例年の試験ではリストの帰納法を出題すると全滅に近いので、今年は大変素晴しい。

2 成績評価

期末試験の素点部分は以下の通りである。(100 点満点、平均点は 68.3 点であった。)

得点	人数
100	1
90-99	3
80-89	7
70-79	9
60-69	12
50-59	6
40-49	3
30-39	2
-29	0
未受験	8

今回は、なんと 100 点 (満点) という人がいて、これは離散構造のように厳密性を追求する試験では滅多にないことである。過去数年でも、演習点等を加味する前の試験の素点だけで満点というのは、私の記憶にはない。満点だった佐々木君に拍手! その他にも小岩君、斎藤君 (95 点以上) のほか、非常によくできる人の答案には感心させられた。

成績評価は以下の式で行った。

- 期末試験の点数 (100 点満点)
- 出席による減点 (8 回以上の出席は減点なし、7 回以下の場合は、1 回につき 3 点減点)
- 演習による追加点または減点 (演習で 1 回も黒板にでて解答しなかった人は 5 点減点。一方、複数回解答した人については、内容に応じて 5〜10 点を追加した。)

この合計点数をもとに 75 点以上を A, 60 点以上を B, 50 点以上を C とし、さらに 40-49 点の者については、答案や出席等の状況を見て C に繰上げを行った。成績のつけかたが甘いかもしれないが、非常に広い題材をカバーしている離散構造の授業としては、50 点以上であれば、合格にしてよい、と考えている。

最終的に A が 15 名, B が 15 名, C が 10 名, D が 3 名 (期末試験を受験しなかった者を除く) という成績になった。

今回は追試可能な人は (D 3 名のうち、合格ラインまであと少し、という人) はいないので、追試等は実施しない。

期末試験の採点済み答案の返却、採点や成績評価に対する質問や異義申し立て等については、講義の web page に別途情報を置くので、そちらを参照してほしい。(メールによる質問自体は、いつでも受けつけているので、私あてにだしてほしい。)